

物 理

(前期日程)

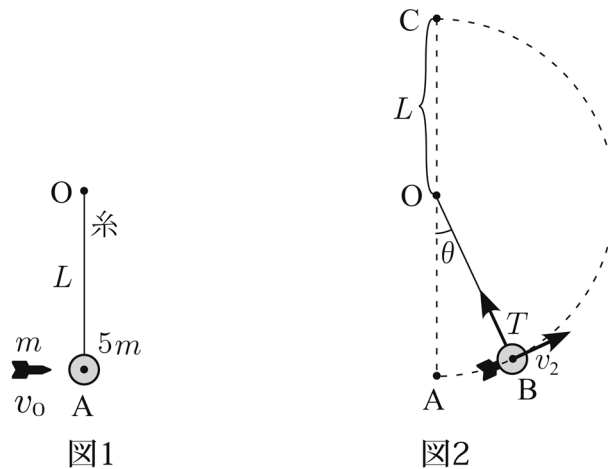
「解答はじめ」の合図があるまでは問題冊子を開いてはいけません。

注 意 事 項

1. 問題冊子は1ページから7ページまでの綴りでできています。「解答はじめ」の合図の後、ページの落丁、乱丁あるいは印刷の不鮮明なものがあれば、手をあげて試験監督者に申し出てください。
2. 問題は3問あります。すべての問題に解答してください。それぞれに解答用紙が1枚ずつ、合計3枚あります。3枚の解答用紙のすべてに受験番号を必ず記入してください。
3. 解答は該当する解答用紙の解答欄に記入してください。途中の計算は、計算欄にできるだけ記入してください。
4. 問題冊子の余白は、下書きに使用してください。
5. 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

1

図1のように、長さ L の伸び縮みしない軽い糸の一端を点 O に固定し、他端に質量 $5m$ の粘土をつり下げた。点 A で静止しているこの粘土に向かって、質量 m の矢が速さ v_0 で水平に飛んで来て突きささり、矢と粘土が一体となって運動をはじめた。矢が粘土に触れてからささり終わるまでの時間は十分に短いとする。また、矢と粘土の大きさは無視する。重力加速度の大きさを g として、以下の設問に答えよ。なお、運動はすべて図1～図4の平面内で起こるものとする。



- [1] 矢と粘土が一体となった直後に、矢と粘土の速さがともに v_1 となった。以下の小問 (1) と (2) では、数字ならびに m, v_0 の中から必要なものを用いて答えよ。
- (1) 速さ v_1 を求めよ。
 - (2) 矢が粘土に突きささる前後での、全体の運動エネルギーの変化 ΔE を求めよ。
- [2] 一体となった矢と粘土は、その後、図2のように点 O を中心として円運動をはじめた。その円軌道上の点 B を通るとき、矢と粘土の速さを v_2 とし、かつ、糸の張力の大きさを T とする。ここで点 O を通る鉛直線と線分 OB のなす角 $\angle AOB$ を θ とする。
- (3) 速さ v_2 を、数字ならびに m, L, g, v_1, θ の中から必要なものを用いて表せ。
 - (4) 点 B での糸の張力の大きさ T を、数字ならびに m, L, g, v_1, θ の中から必要なものを用いて表せ。

(5) 点 O の真上 L の距離にある点を C とする。矢と粘土が、糸がたるむことなく最高点 C に達するために必要な v_1 の最小値を、数字ならびに m, L, g の中から必要なものを用いて答えよ。

[3] 点 A で矢が突きささった後の過程を再び考える。ここでは、図3のように、ナイフを取り付け、矢と粘土が円軌道上の点 D を通る瞬間に糸を切った。その時、点 A と点 D の高さの差は $\frac{L}{5}$ であった。また、点 D における円軌道の接線と点 O を通る水平線の交点を点 E とする。点 E には小球をあらかじめ静止させておき、糸を切ると同時に、速さ V ($V \geq 0$) で鉛直下向きに落下させる。なお、小球の大きさは無視する。以下の設問では、図4のように、点 O を原点とし、水平右向きを x 軸の正方向、鉛直下向きを y 軸の正方向とする座標を用いて考えよ。

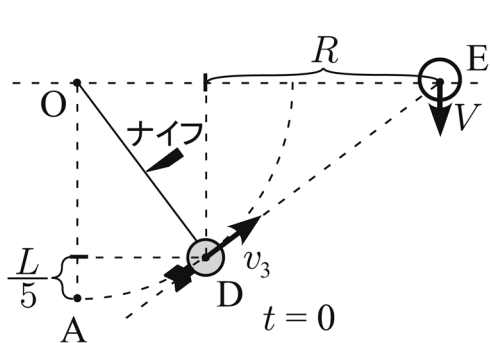


図3

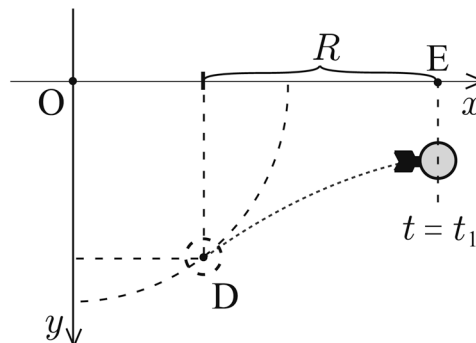


図4

(6) 糸を切ることにより、一体となった矢と粘土は、点 D における円軌道の接線に沿った方向に速さ v_3 で飛び立った。矢と粘土が、点 D から飛び立った時刻を $t = 0$ とする。その後、図4のように、矢と粘土が、点 E を通る鉛直線と交わる時刻を $t = t_1$ とする。その t_1 を、数字ならびに、点 D から点 E までの水平距離 R および v_3 を用いて表せ。なお、図4では、小球は図示されていない。

(7) 時刻 t_1 における、一体となった矢と粘土の y 座標の値を y_1 とする。その y_1 を、数字ならびに L, g, t_1, v_3 を用いて表せ。

(8) 時刻 t_1 における、小球の y 座標の値を y_2 とする。その y_2 を、数字ならびに g, V, t_1 を用いて表せ。

(9) 上で求めた y_1 および y_2 を、今度は t_1 や R を使わずに、数字ならびに L, g, v_3, V の中から必要なものを用いてそれぞれ表せ。

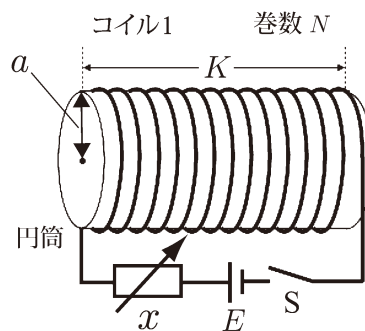
(10) 矢と粘土に、小球を衝突させるためには、速さ V を、いくらにすれば良いか答えよ。その V を、数字ならびに L, g, v_3 の中から必要なものを用いて表せ。

2

ソレノイド (コイル) を含む回路について以下の設問に答えよ。円周率を π とする。

[1] 図1のように半径 a [m] の円筒に一様に巻かれた巻数 N 、長さ K [m] のコイル1がある。コイル1は、起電力 E [V] の電源、抵抗 x [Ω] の可変抵抗、およびスイッチ S と接続して回路をつくっている。なお、可変抵抗により回路に流れる電流値を変えることができる。コイル1の内部の透磁率は μ_0 [N/A²] であり、コイル1の長さ K は、半径 a に比べて十分に長く、コイルの内部には一様な磁場が発生すると考えよ。また、コイル1の抵抗および円筒の厚さは無視できるほど小さいとして考えよ。

- (1) スイッチ S を閉じてコイル1に一定の電流 I_0 [A] を流しているとき、コイル1の内部での磁束密度の大きさ [T] を求めよ。 I_0, K, N, μ_0, a, π から必要なものを用いて答えよ。なお、 $1 \text{ T} = 1 \text{ N}/(\text{A}\cdot\text{m})$ である。
- (2) (1) のとき、コイル1の断面 (半径 a) を垂直に貫く磁束 [Wb] を求めよ。 I_0, K, N, μ_0, a, π から必要なものを用いて答えよ。
- (3) コイル1に流す電流 I [A] を、時間 Δt [s] の間に ΔI [A] だけ増加させたときに、コイル1に生じる誘導起電力の大きさ [V] を求めよ。 $I, K, N, \mu_0, a, \pi, \Delta t, \Delta I$ から必要なものを用いて答えよ。
- (4) コイル1の自己インダクタンス [H] を求めよ。 $I, K, N, \mu_0, a, \pi, \Delta t, \Delta I$ から必要なものを用いて答えよ。



[2] 以下の設問では、図1のコイルについて、(4)で求めた自己インダクタンスを L [H] として答えよ。

- (5) スイッチ S を閉じた直後にコイル1に流れる電流 [A] を、数字ならびに E, L, x から必要なものを用いて答えよ。
- (6) スイッチ S を閉じてコイル1に電流 I [A] が流れているとき、キルヒホッフの第2法則を用いて、この閉回路に成立する等式を示せ。このときの電流 I

の時間変化率を $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ [A/s] として, $E, L, x, I, \frac{\Delta I}{\Delta t}$ から必要なものを用いて答えよ。

(7) スイッチSを閉じて十分に時間が経過したとき, 可変抵抗での消費電力 [W] を E, L, x から必要なものを用いて答えよ。

(8) コイル1の自己インダクタンス L が 5 mH のときに, コイルに流れる電流値を 0.2 A から 0.4 A にすると, コイルに蓄えられるエネルギーの変化 [mJ] はいくらか。

[3] 図2のように, 前問のコイル1の中に, 半径 b [m] の円筒に一樣に巻かれた巻数 Z , 長さ K [m] のコイル2を挿入した。コイル2はコイル1と同じ向きに巻かれており, それぞれのコイルの中心軸ならびにコイルの両端は一致しているとする。コイル2の内部の透磁率は μ_0 とせよ。コイル2には R [Ω] の抵抗が接続されて閉回路をつくっている。また, コイル2の抵抗および円筒の厚さは無視できるほど小さいとして考えよ。

(9) スイッチSを閉じてコイル1に一定の電流 I_0 を流しているとき, コイル2の断面 (半径 b) を垂直に貫く磁束 [Wb] を求めよ。 $I_0, K, Z, N, R, \mu_0, a, b, \pi$ から必要なものを用いて答えよ。

(10) コイル1とコイル2の間の相互インダクタンス [H] を求めよ。 $K, Z, N, R, \mu_0, a, b, \pi$ から必要なものを用いて答えよ。

(11) コイル1に流す電流を I_1 [mA] とし, I_1 を図3のように変化させたとき, コイル2に流れる電流 I_2 [mA] が変化した。コイル1とコイル2の間の相互インダクタンスを 3 mH, 抵抗 R を 10 Ω として, I_2 の時間変化を解答用紙のグラフに示せ。グラフの縦軸の I_2 の枠に目盛の数値を記入せよ。なお図2中の矢印の向きを I_2 の正方向とし, また, コイル2の自己誘導は無視して考えよ。

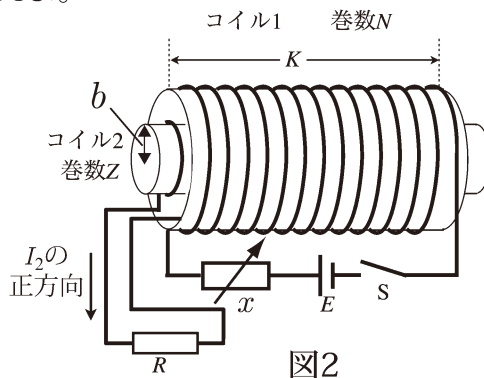


図2

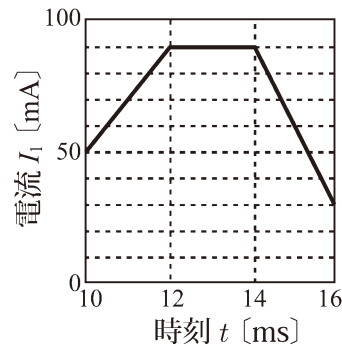


図3

3

X線と電子の粒子性と波動性について、以下の設問に答えよ。ただし、電子の質量を m 、電子の電気量を $-e$ 、プランク定数を h 、光の速さを c とする。また、数値を求めるときには、 $m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg, $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J·s, $c = 3.00 \times 10^8$ m/s を用いよ。以下の ①～⑩ にあてはまる数式、記号、数値を記入せよ。

- [1] 図1のように、原点に静止している電子に、 x 軸の正方向へ入射させた波長 λ のX線を当てると、 xy 平面上において、電子はX線の入射方向に対して角度 φ の方向に速さ v ではね飛ばされた。また、散乱X線の波長は λ' となり、 xy 平面上において、入射方向に対して角度 θ の方向に進んだ。この現象を、1個のX線の光子と1個の電子の衝突として考える。

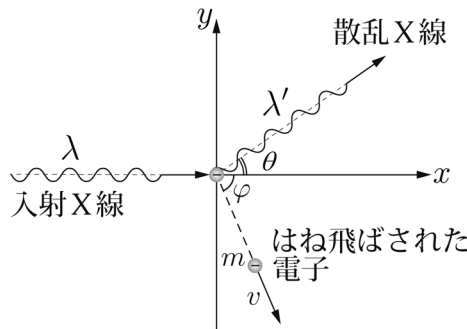


図1

- (1) 衝突の前後における運動量の保存の法則から、以下が成り立つ。
 入射方向 (図1の x 方向) について、 $\frac{h}{\lambda} = \text{①} \dots\dots\dots$ (a)
 これと垂直な方向 (図1の y 方向) について、 $0 = \text{②} \dots$ (b)
 ただし、①, ② は、 $m, h, v, \lambda', \theta, \varphi$ を用いて解答せよ。
- (2) 衝突の前後におけるエネルギーの保存の法則から
 $\frac{hc}{\lambda} = \text{③} \dots$ (c)
 が成り立つ。ただし、③ は、 m, h, c, v, λ' を用いて解答せよ。
- (3) 式(a), (b), (c) から、以下のようにして衝突によるX線の波長の変化を求める。式(a)と式(b)から φ を消去すると、
 $(mv)^2 = \text{④} \dots$ (d)
 となる。ただし、④ は、 $h, \lambda, \lambda', \theta$ を用いて解答せよ。
 式(d)と式(c)から v を消去することにより、
 $\lambda' - \lambda = \text{⑤} \times \left(\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - 2 \cos \theta \right) \dots$ (e)
 となる。ただし、⑤ は、 m, h, c を用いて解答せよ。

波長の差 $|\lambda' - \lambda|$ が λ に比べて十分小さい場合には、 $\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} \approx 2$ と近似できるので、

$$\lambda' - \lambda \approx \boxed{\text{⑤}} \times (2 - 2 \cos \theta) \dots (f)$$

となる。

- (4) 式 (f) より、 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ の場合、衝突により X 線の波長は $\boxed{\text{⑥}}$ ことがわかる。 $\boxed{\text{⑥}}$ にあてはまる適切な語句を以下の中から選び、記号で答えよ。

(ア) 長くなる (イ) 短くなる (ウ) 変化しない

- (5) 入射 X 線の波長が $\lambda = 7.09 \times 10^{-11} \text{ m}$ のとき、 $\theta = 90.0^\circ$ の方向に散乱される X 線の波長は $\lambda' = \boxed{\text{⑦}}$ m である。ただし、 $\boxed{\text{⑦}}$ は、有効数字 3 桁で数値を解答せよ。

[2] 次に、結晶による電子波の回折実験を例として、電子の波動性について考える。

- (6) 電子の速さが v のとき、電子波の波長は、 $\lambda_e = \boxed{\text{⑧}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{⑧}}$ は、 m, h, v を用いて解答せよ。

- (7) 静止している電子を電圧 V で加速するとき、加速後の電子波の波長は、 $\lambda_e = \boxed{\text{⑨}}$ と表される。ただし、 $\boxed{\text{⑨}}$ は、 m, h, V, e を用いて解答せよ。

- (8) 図 2 のように、波長 λ_e の電子波が、間隔 d の格子面 (結晶面) に対して角度 ϕ で入射し、格子面に対して角度 ϕ の方向に反射されるとする。このとき、X 線と同様にブラッグの反射条件を満足する角度 ϕ に対して反射電子波は強め合う。

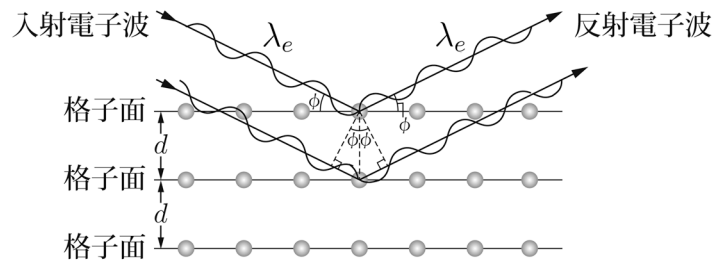


図 2

はじめに、電子を加速する電圧を V_0 に固定し、電子の入射する角度を 0 から増加させ、反射強度が最初に最も強め合うブラッグの条件を満たす角度で固定する。次に、電圧を増加させると、反射強度はいったん弱くなるが、再び強くなる。この再び最も強め合うときの電圧を V_1 とするとき、 V_1 は V_0 を用いて $V_1 = \boxed{\text{⑩}}$ V_0 と表すことができる。